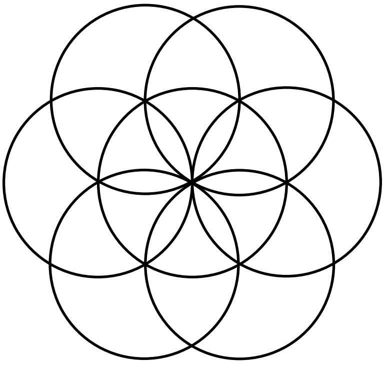
幸福の総量のモデル化と数理的考察



山野　宗優　著

概要

本稿では、「幸福」の定量化を目的とする。その上で定式化された「幸福」の様々な条件下における振舞いを解析することで、現実世界における「幸福」の在り方を研究した。

その結果、他者の数や他者への関心の度合い、さらには他者が得る利益に応じて、その「幸福」が直感に反して矮小化されたり、逆に増大したりすることが分かった。そしてそのような状況下における現代社会の具体例を挙げ、その問題点を数学的厳密さと明快さによって鋭く指摘する内容となっている。

本稿の想定読者のレベルは高校数学を修了している程度である。大学一年生レベルの代数学・解析学の考え方を理解していればなおのこと望ましい。

目次

1　緒言

将棋は楽しい。 まさに下手の横好きではあるが、一手一手をくよくよと悩むのが楽しくて仕方がない。その末に勝ったときはさらに楽しいと感じる。負けたときにはもちろん悔しいが、次に勝つために感想戦を行い、自分の戦略を強化していく過程で、やはり楽しいと感じている。

——はて、この感情とは何だろうか。多分、“幸せ” なのだろう。

いやいや、ちょっと待ってほしい。“幸せ” とは何なのか？　一番明快な定義は「脳がドーパミンやアドレナリンなどといった快楽物質を放出している状態」だとして、それではいかほどの快楽物質を出していれば “幸せ” であると言えるのか？

換言すれば、“幸せ” を客観的に見出すことは可能なのか？

人間が快楽を得るには、それにふさわしい利益が必要である。利益とはいったい何なのかという詳細は各人に委ねられているのでここでは言及しない。だが、この利益の定量化が “幸せ” を可視化するのに有用ではないだろうか。

さて、本稿で議論したいのは「幸福の総量」である。つまり世界全体の人間それぞれが感じている幸福の量を足し合わせた概念である。日々私が感じるような将棋勝負で得る幸福や、隣のあの子がスイーツを食べるときに感じる幸せ、本稿を読む諸賢が学術書を読んで得る知的快楽などこれら全てを足し合わせた「地球にある幸福の総量」である。だが、先ほど述べたように、幸福の源である利益は各人の主観によるものであるから、幸福の総量も各人によって見え方が異なるはずである。

その議論を前に進めるため、本稿では「“私” の感じているもの（主観）としての幸福の総量」を定量的に定義し、その振舞いを分析することとする。

なお、筆者自身がそうであるように、諸賢の内にも数学に明るくない者は多いことだろうと推察する。そこで本稿は誰でも平易に理解できるよう、一貫して丁寧な（諸賢に丸投げしない）数学的説明を試みる。そのため、数学学士以上にとっては少々退屈な議論が続くことをご容赦いただきたい。

2　各パラメータと「幸福の総量」の定義

本稿では、とある状況において、“私” と N 人の他者が存在することを考える。“私” の主観として、以下のパラメータを定義する：

i) X_{me}：私の得る利益

ii) x_n：第 n 番目の他者の得る利益

iii) a_n：第 n 番目の他者に対する “私” の関心係数

ただし、それぞれのパラメータは $-1 \leq x_n$ and $X_{\mathrm{me}} \leq 1$、$0 \leq a_n \leq 1$、そして他者については n and $N \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq N$ とする。

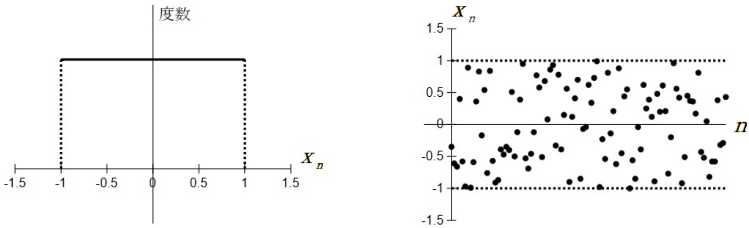
利益であるところの x_n 及び X_{me} は、ある規格化によって「最も不利益を被った状態」と「最も利益を得た状態」を区間 $[-1, 1]$ に押しとどめているものと考えて差し支えない。

第 n 番目の他者に対する “私” の関心係数 a_n とは、“私” がその他者に対して抱いている親密さや関心の度合いを定量化したものと考えていただきたい。ここで、$a_n = 0$ が示すのは「無関心」あるいは「最大の憎悪」なのかについては本題ではないためどちらでもよい。

x_n および a_n は、ある順序 n で紐づけられたある他者の利益と関心係数であるが、両者の順序は互いに独立であるとする。すなわち、その他者が得る利益と、“私” の関係性との間に全く相関は無いということである。極端な状況を除き、一般に “私” との親密さが利益に連動しているという状況が考えにくいというのは自然な発想であろう。

数学一般と異なる取り扱いとして、$n = 0$ は「第 0 番目の他者」ではなく「不在[*1]」と考える。例えば $N = 5$ であれば、そこは私の他に、第 1 番目から第 5 番目までの 5 人の他者が存在する状況であると思っていただきたい。これは今後の議論の便宜を図るためである。

[*1] 空集合のように捉えていただければ結構。



(a) x_n の「分布」　　**(b)** x_n の「順序（挙動）」

図 1: 一様分布する x_n の描画

ここでの利益とは適当な実数を想定しているが、その定義は何でもよい。資産の合計、人生で笑った回数、愛人の数など、“私” が利益だと思うのならば何を当てはめてもよいだろう。ただし、当然ながら他者の利益自体は “私” の主観にかかわらず存在している。つまり、x_n の分布は “私” の主観の介在しうる恣意的なものであってはならない。しかるに、以降 5 節までは、x_n は定義域内で一様分布するもの（任意の n に対し、等しい確率で $-1 \leq x_n \leq 1$ を取るという意味）とする。これはすなわち第 n 番目の他者はある状況において幾らかの利益を得ているが、その量と順序 n との間に相関は無いと考えるのが自然であり、一見するとランダムな一様分布と考えてよいということである。無論ある状況が特別な n に対して x_n の取る値を制限する可能性[*2]も考えられるが、その場合の考察は 4 節で取り扱う。

x_n は順序 n で並べられた数列とみなせるが、数学に慣れない諸賢にとって、その「分布」と「順序（挙動）」が混同しやすいことかと邪推する。直感的な理解ができるよう図 1 を参照されたい。

なお、大筋には無関係だが、本稿では便宜的に n を「私との心理的の距離が近い順」に番号付けすることとする。

次に、“私” の主観として、世界の幸福の総量 y を以下のように定義する：

[*2] 戦争が一例に挙げられる。n_i 番目の人々が別の n_j 番目の人々から危害を加えられ、前者の利益が後者に “奪われる” 場合が想像できる。

$$
\begin{aligned}
y &\equiv \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{a_1}{\sum\limits_{n}^{N} a_n} x_1 + \frac{a_2}{\sum\limits_{n}^{N} a_n} x_2 + \cdots + \frac{a_N}{\sum\limits_{n}^{N} a_n} x_N\right\} \\
&= \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{\sum\limits_{n}^{N} a_n x_n}{\sum\limits_{n}^{N} a_n}\right\}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

以上の形から分かるように、y とは、“私” の利益と、N 人の他者における利益の総量の**重み付き平均**[*3]を足し合わせたものとして定義している。各パラメータの定義域より、$-1 \leq y \leq 1$ である。なお、分母は断りがない限り 0 でないものとする。

この 1/2 は第 1 項と第 2 項を等しい重みで足し合わせていることを表すが、この係数については議論の余地がある。等しい重みということは “私” と “私” 以外の世界が得ている利益が等価値（1 : 1）であることになるが、仮に 1.9 : 0.1 などと重み付けすることは十分に考えられる。この重みによる y の挙動の変化は本稿では扱わないので、今後の考察に譲ることとする。

今後、式 (1) の第二項について、X_N, W_N を用いて

$$
X_N = \frac{\sum\limits_{n}^{N} a_n x_n}{W_N}, \text{where } W_N = \sum_{n}^{N} a_n \tag{2}
$$

と置き換えて表現することがある。

注意しておきたいのが、$N = 0$ の場合である。この時、x_n も a_n も全て 0 である。従って y の計算すらできない。しかしながら、この世に “私” が一人きりの世界の場合、当然ながら世界の幸福は “私” の利益に等しくなるのだから、世界の幸福の総量は $y = X_{\mathrm{me}}$ であるべきであろう。以下、このように $N = 0$ の場合を定義しておく。

[*3] 各値に重要度や出現頻度を表す重みをかけ、その合計を重みの総和で割った平均のこと。

これに対し、以降は N を増やして議論を展開する。他者への関心係数や利益が "私" の主観にどのような影響を与えて世界の幸福の総量を変化させるのかを考察することが本稿の目的である。

3　現代国際社会 ($N \to \infty$) における幸福の総量

現代においては、世界人口は 80 億人に達したと言われている。我々が日々接する他者の数は高々数十人程度であるのに対すれば、これはほとんど無限大と言っても差し支えない人数にあたる。そこで、地球人類全体の（"私" の主観としての）幸福の総量 y を、$N \to \infty$ の極限を取ることで表現する。

この場合、重み付き平均の各項 a_n の挙動によって y が変化する。各状況別に以下考察する。

i) 分母 $\sum a_n$ が無限大に発散する場合

結論から先に述べると、このとき X_N は 0 に収束し、$y = X_{\mathrm{me}}/2$ となる。以下にその証明を続ける。

[証明]　ある状況下においては、"私" の各他者への関心が確率的に変動することはない。そこで本稿では a_n を確定値として扱うこととする。このことから、a_n の期待値は $E[a_n] = a_n$ となる[*4]。よって、a_n と x_n が独立であることを考慮し、次の事実が導かれる：

$$
\begin{aligned}
E[a_n x_n] &= a_n E[x_n] && (3) \\
V[a_n x_n] &= E[(a_n x_n - E[a_n x_n])^2] \\
&= E[(a_n x_n - a_n E[x_n])^2] \\
&= E[a_n^2 x_n^2 - 2a_n^2 x_n E[x_n] + a_n E[x_n]^2] \\
&= a_n^2 E[(x_n - E[x_n])^2] \\
&= a_n^2 V[x_n] && (4)
\end{aligned}
$$

x_n の期待値を $E[x_n] = \mu$、分散を $V[x_n] = \sigma^2$ とおく。このとき、式 (3) 及び (4) を使って X_N の期待値と分散の値を求めると、

[*4] この証明とは無関係だが、分散は当然 0 である。

$$E[X_N] = \frac{\sum_n^N a_n E[x_n]}{W_N} = \frac{\mu \sum_n^N a_n}{W_N} = \frac{\mu W_N}{W_N} = \mu \tag{5}$$

$$V[X_N] = \frac{\sum_n^N a_n^2 V[x_n]}{W_N^2} = \frac{\sigma^2 \sum_n^N a_n^2}{W_N^2} \tag{6}$$

以上により、X_N の期待値は x_n の期待値に等しくなるが、これは数学的に非常に妥当な結論である。つまり、データ N が無限に増えてゆけば、重み付き平均値は重み付けされる前の平均値に等しくなるということである。重みはあくまで各データの精度でしかなく、無限にデータが多い状況ではそのような精度以前に、本質としての μ が導かれるということである。閑話休題。

$0 \leq a_n \leq 1 \iff a_n^2 \leq a_n$ であることから、$V[X_N]$ を上から評価すると、

$$V[X_N] = \frac{\sigma^2 \sum_n^N a_n^2}{W_N^2} \leq \frac{\sigma^2 \sum_n^N a_n}{W_N^2} = \frac{\sigma^2 W_N}{W_N^2} = \frac{\sigma^2}{W_N} \tag{7}$$

と分かる。ここで、任意の実数 ε に対しチェビシェフの不等式[*5]

$$P(|X_N - E[X_N]| > \varepsilon) \leq \frac{V[X_N]}{\varepsilon^2} \tag{8}$$

を考慮すると

$$P(|X_N - \mu| > \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 W_N} \to 0 \ (\because W_N \to \infty, \ \text{where } N \to \infty) \tag{9}$$

つまり、どんなに小さい ε を取ってきても X_N の μ からの差が ε より大きくなる確率がゼロになる、すなわち $N \to \infty$ において $X_N \xrightarrow{P} \mu$ と確率収束するのである。

[*5] 数式を見てもピンと来ない方は、この式は「X_N がその期待値 $E[X_N] = \mu$ に近づく確率を見積もるためのもの」程度に理解していただければ結構である。

今、x_n は一様分布と仮定しているので、その期待値は $\mu = 0$ であり、結果として式 (1) の第二項 X_N は 0 となる。[証明終]

分母が無限大に発散する場合には、**他者の利益の重み付き平均は無視され、“私” の利益 X_{me} のみが幸福の総量 y に影響を及ぼすこととなる**($y = X_{\mathrm{me}}/2$)。**すなわち自分以外の利益は世界の幸福に対して意味を為さなくなる**のである。しかも、“私” が関心を持つ他者が無限に多く存在すれば、“私” の感ずる幸福の総量を $N = 0$ の時より半減させてしまう。これは換言すれば、他者が無限に存在することで個々の利益は埋没して期待値 0 に平均化されてしまうということである[*6]。

「他者への関心係数である a_n の総和が無限大に発散する」ことと「他者の利益が無視される」ことは一見すると矛盾しているように感じる。しかし、これは次のように理解される：関心を向ける対象が無限に多い場合、重み付き平均により、個々の x_n の寄与が薄まる状況を示す。具体的な現代社会における現象としては、「社会全体に対してある程度の関心を非常に広く持っているが、その中にいる特定の個人やグループに対して強い関心を抱いていない人間」や、「あらゆる他者への関心が広範囲に強い人間」の感じている幸福の総量が当てはまる。前者は例えば SNS で振る舞う個人などが該当し、見知らぬ多数のフォロワーに薄い関心を抱いているものの、自分自身の幸福を決めるのは結局自己顕示の結果によるものでしかないという滑稽な状況が説明できる。後者は現実離れした地球規模の利他主義者がこの好例と言える。こういった理想論を述べる空想家は、つまるところナルシシストであり、自己陶酔の行き過ぎた結果なのかもしれない。(筆者もまた然り。)

ii) 分母 $\sum a_n$ が有限値 c に収束する場合

そもそも $\sum a_n$ が収束するための必要条件は $a_n \to 0$ for $n \to \infty$ である。

[*6] 以上の結論は、x_n が期待値 0 の一様分布に従うという仮定の下で、“私” の関心係数 a_n を通して世界を集計した結果として得られるものである。したがって、これは確率論が「直接手を下し」倫理的帰結を与えたものではなく、**そのように世界が見えてしまう**という一つの記述に過ぎない。現実の世界において各他者の利益がそのような分布を持つかどうかについては、本稿では踏み込まない。

もし a_n が 0 に収束しなければ（他者への関心が無限に広がり続けるならば）、その無限和は発散してしまう（先述の結論に導かれる）のでこれは自然だろう。

一方の十分条件は自明ではない。大学数学によれば比較判定法などで調べることが可能だが、本稿でその細部に踏み込むことは無意味であるため行わない。しかし、$\sum a_n$ が収束することについて直感的に説明するならば、それはほとんどの他者 n について関心係数 a_n が 0 もしくはそれに非常に近い小さな値であり、a_n を n に対する挙動として見たときに極端な減少が見られる場合に収束すると言うことができる。もう少し数学的に述べれば、a_n の挙動が指数関数の逆数など、急激に減少する[*7]場合がそれに該当する。

一例として、a_n について小さい n のみが非ゼロで、その他大勢は 0 である状況を考える。これは「心理的距離の近い親族や友人に対してのみ関心があり、他人については全く無関心」な場合を想定している[*8]。

この時、式 (1) 第二項は、関心のある（$a_n > 0$）少数の他人が感じている幸福の関心係数による重みを付けた平均で表されることとなる。明示すれば：

$$y = \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{\sum_n a_n x_n}{c}\right\},\ \text{ただし}\ \exists N \in \mathbb{N}, \forall n > N, a_n = 0. \qquad (10)$$

これはすなわち、**“私” が関心を持っている他者の数が少ない時、幸福の総量 y は自分の利益とその少数の他者の利益の重み付き平均の和に等しい**と言える。

実際、これは現代社会に生きる多数の一般人には非常に腑に落ちやすい。自らの感じる幸福とはすなわち自分の幸福と、自分にとって大事な他者たちの感じている幸福を加味したものなのであって、特に付き合いのない赤の他人や地球の裏側に住んでいる人がどのような利益を得ようが、知ったことではないということでもある。さらに、y に寄与する他者の利益の重みはまさに関心係数によって決定づけられるのであり、換言すれば “私” にとって最も

[*7] 厳密に言えば、調和級数 $1/n$ よりも早く 0 に収束するような a_n である。

[*8] ちなみに 2 節でも注釈したが、n が心理的距離に結びつかないランダムな順序の場合でも本論の数学的意味は全く失われない。

大事な人がどのように感じるかが “私” の幸福に影響を与えるのである。

iii) 分母 $\sum a_n = 0$ となる場合

数学の心得がある諸賢ならば、この場合分けは不適当であるとすぐに指摘したくなることだろう。その通り、分母 $= 0$ であるということは、いわゆる禁忌であるところのゼロ除算であり、数学的に未定義である。本稿が数学書であればこれについて言及する必要はないのだが、こと幸福の総量を議論する際には、少々考察の価値のある現象が見られるのだ。

ひとまず式 (1) は置いておいて、関心係数の総和が 0 というものを考えていただきたい：

$$\sum_{n=1}^{N} a_n = 0 \tag{11}$$

ここで、$0 \leq a_n \leq 1$ を思い出せば、正の数を足し合わせた結果が 0 であるならば、その各項についても $a_n = 0$ と直ちに導かれる。つまり、あらゆる第 n 番目の他者に対しても、その関心は全く持っていないということになる。

現実的に考察すればこれは究極的な引きこもり、全く他者との関りの無い完全なる社会不適合者がこの場合に相当するだろう。あるいは人が理性として持ちうる他者への関心を全く持ち合わせていない生誕直後の赤子や、そもそも人外などもこれに該当するかもしれない。以下、彼らを便宜的に**完全孤立者**と呼称しよう。完全孤立者はあくまで他者への関心が完全に 0 という意味であって、世界にそれしか存在しない ($N = 0$) という意味ではない。

完全孤立者の感ずる幸福の総量は、分母が 0 なのだからやはり数学的に未定義である。この結果について、「誰にも関心を抱いていないのだから、完全孤立者にとっての世界は彼自身のものであり、$N = 0$ の場合同様、$y = X_{\mathrm{me}}$ と定義するのが適当なのではないか」との意見もあるかもしれない。それは数式を扱う上では自然な考え方であると賛成する一方、筆者はこの場合における別の解釈を考えた。

それは、**完全孤立者から見ると世界中の他者がどれほどの利益を得ているのか情報として知り得ず、結果として世界の幸福の総量を定義できない状況に**

あるのではないか、というものである。別の考え方をすれば、関心係数は“私”が幸福の総量を推し量るための世界の観測窓の広さに相当するパラメータであると捉えることができるかもしれない。

上記の解釈に則って述べるならば、完全孤立者にとって世界は真っ暗闇のようなもので、その世界がどれだけ幸福に満ちているのか、あるいは不幸に苛まれているのか知ることができない。だからこそ完全孤立者は関心係数を高めることでこの世界が本当に無価値なのか、それとも生きる希望を見出せる場所なのか、吟味すべきではないかと筆者は結論付ける。

無論この考え方は極めて観念的なものであり、本件についてはとりわけ諸賢の批判的省察を仰ぎたい。

4　数人規模の世界の場合

前節より翻した数人規模の状況を考える。これに何の意味があるかは追々詳らかになるのでご安心いただきたい。

前節が無限に開かれた世界であるとするならば、本節の「数人規模の世界」ではある種閉鎖的な空間を想定していただくのが適当である。人数が少ないからと言って人類滅亡寸前の地球を想像するのではなく、むしろ独特の因習に縛られた田舎の村や、クラスメートが突然連れてこられた絶海の無人島が現実的な状況にふさわしい。

まずは、ふたりきり $(N=1)$ の場合を見ていく。この時、式 (1) は

$$y = \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{a_1 x_1}{a_1}\right\} = \frac{X_{\mathrm{me}} + x_1}{2} \tag{12}$$

である。ここで、関心係数については $a_1 \neq 0$ とした。関心係数ゼロを認めると y は未定義となり、前節 iii) の結果に帰結するためである。今後も断りがない限り関心係数で除算する場合には非ゼロであることを認めるものとする。

上の式は y の定義から簡単に推論できるものだが、中々に興味深い恰好をしている。まず、ふたりきりの世界においては、その相手への関心の度合いに関わらず、幸福の総量が“私”と相手の利益の平均値となっている点である。たとえ相手が親

しい友人であろうと初対面のほぼ他人であろうと、その利益の重みは“私”のものと等しいのである。

これは次のように単純に解釈できる。ふたりきりの相手である他者は“私”を除いた世界そのものということである。そもそも式 (1) において“私”対他者全てという非対称なものを等しい重みで考えたところ、他者がたった一人だけになったというものに過ぎないのである。

さらにこの状況下において、“私”が他者から略奪を行い、利益を $p(0 < p \leq 1 - x_1)$ だけ獲得することを考える。すなわち、他者の利益は p だけ減り、“私”の利益が p だけ増えるとする。この場合、（不要かもしれないが）略奪後の幸福の総量 y' を計算すると

$$y' = \frac{(X_{\mathrm{me}} + p) + (x_1 - p)}{2} = \frac{X_{\mathrm{me}} + x_1}{2} = y \tag{13}$$

となり、つまり略奪による幸福の総量は変動しない。この事実を「いくら略奪をしても問題ない」とするか、「いくら略奪をしても意味がない」とするかは**諸賢の良心に委ねる**こととする。

では、これより人数を 1 人増やし、三つ巴[*9]の世界 $(N = 2)$ になると、この略奪の価値はどうなるのかを考えたい。

この状況における幸福の総量は

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2}{a_1 + a_2}\right\} \\ &= \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{a_1}{a_1 + a_2}x_1 + \frac{a_2}{a_1 + a_2}x_2\right\} \end{aligned} \tag{14}$$

となる。二行目の式変形により、“私”・他者 1・他者 2 のそれぞれが幸福の総量にどの程度寄与するのかを明示的に表した。数学的には a_1 と a_2 は対称であるため、以下 $a_1 > a_2$ とする[*10]。

ここで状況に略奪を追加する。まずは“私”が他者 2 から略奪する場合を考えよ

[*9] これはあくまで詩的表現に過ぎない。必ずしも三つ巴で争っているわけではない。

[*10] n を心理的距離の近い順に並べているのだからこれは実は最初から想定していた仮定である。

う。先ほどと同じく利益 $p(0 < p \leq 1 - x_2)$ だけやり取りするならば、略奪後の幸福の総量は

$$
\begin{aligned}
y' &= \frac{1}{2}\left\{(X_{\mathrm{me}} + p) + \frac{a_1}{a_1 + a_2}x_1 + \frac{a_2}{a_1 + a_2}(x_2 - p)\right\} \\
&= \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{a_1}{a_1 + a_2}x_1 + \frac{a_2}{a_1 + a_2}x_2 + \left(1 - \frac{a_2}{a_1 + a_2}\right)p\right\} \\
&= y + \frac{1}{2}\frac{a_1}{a_1 + a_2}p \qquad (15)
\end{aligned}
$$

計算できる。この結果から、$y < y'$ であり、“私” が略奪することで世界の幸福の総量は確実に増えるという結論が得られる。これは反社会的であり、非常にまずい結果である。さらにひどいのは、他者 1 への関心係数 a_1 が大きければ大きいほど y' も大きくなるという点である。

次に他者 1 が他者 2 から略奪する場合も考察する。この時も同じく計算をすると

$$
\begin{aligned}
y' &= \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{a_1}{a_1 + a_2}(x_1 + p) + \frac{a_2}{a_1 + a_2}(x_2 - p)\right\} \\
&= \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{a_1}{a_1 + a_2}x_1 + \frac{a_2}{a_1 + a_2}x_2 + \left(\frac{a_1}{a_1 + a_2} - \frac{a_2}{a_1 + a_2}\right)p\right\} \\
&= y + \frac{1}{2}\frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2}p \qquad (16)
\end{aligned}
$$

と分かる。$a_1 > a_2$ であるので、この場合も幸福の総量は増大する。ひとつ前の例も合わせて、これは 3 人の状況において 1 人を排除する「いじめ」や「搾取」による幸福の総量の増大を表している。対岸にいる第三者から見れば悲劇的なこの閉鎖空間での惨状は、当人にとってみれば幸福の総量を増大させるためのごく自然的な現象であることが示されてしまった。

これ以上人数を増やしても同じ論理が続くのだが、実際にどのようになるのか少々実験してみよう。N 人の他者がいる場合について、幸福の総量を再度計算すると

$$
y = \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{a_1}{\sum a_n}x_1 + \frac{a_2}{\sum a_n}x_2 + \cdots + \frac{a_N}{\sum a_n}x_N\right\} \qquad (17)
$$

である。この式に対し、第 k 番目の他者 $(k \leq N)$ から利益 $p \quad (0 < p \leq x_k)$ を略奪するとき、

$$
\begin{aligned}
y' &= \frac{1}{2}\left\{(X_{\mathrm{me}} + p) + \frac{a_1}{\sum a_n}x_1 + \cdots + \frac{a_k}{\sum a_n}(x_k - p) + \cdots + \frac{a_N}{\sum a_n}x_N\right\} \\
&= \frac{1}{2}\left\{\left(X + \frac{a_1}{\sum a_n}x_1 + \cdots + \frac{a_N}{\sum a_n}x_N\right) + \frac{\left(\sum a_n\right) - a_k}{\sum a_n}p\right\} \\
&= y + \frac{1}{2}\Delta P
\end{aligned}
\tag{18}
$$

となる。ただし、$\Delta P = \dfrac{\left(\sum a_n\right) - a_k}{\sum a_n}p$ と置き換えた。一般の人数 N とした場合にも、$\Delta P/2$ の分だけ元の幸福の総量から増えていることが分かる。

では、$p = 1$ とし、ΔP が人数によってどのように変化するのか、N を変数として実験（描画）しよう。しかし、計算する上で a_n の具体的数値を与える必要がある。その形は何でもよいが、今回は $a_1 = 1$ とし、異なる 2 種類の挙動

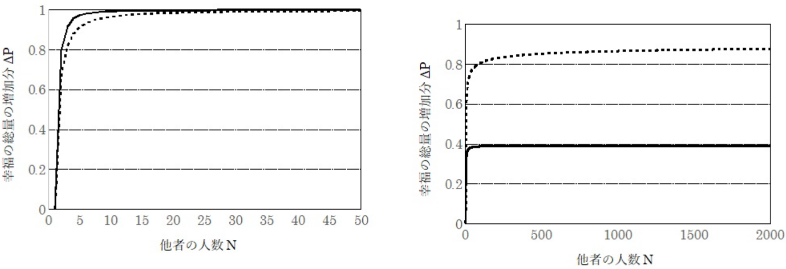
$$
a_n \equiv \frac{1}{n^2}a_1 \quad (\{a_n\} : 1, 0.25, 0.111..., 0.0625, \cdots) \tag{19}
$$

$$
a_n \equiv \frac{1}{n}a_1 \quad (\{a_n\} : 1, 0.5, 0.333..., 0.25, \cdots) \tag{20}
$$

に対して計算してその違いを可視化してみる。

図 2 にこの計算結果を示す。N 番目の他者、すなわち最も関心係数の低い他者から略奪する場合 (a) には、N が小さい場合に多少の差があるものの、式 (19)(20) のいずれの場合もすぐに $\Delta P = 1$ に収束していく。これは関心係数 a_N が小さいことが原因であり、そのような他者からの略奪はもはや純粋な “利益” と呼べるものかもしれない。

一方、1 番目の他者、すなわち最も関心係数の高い他者から略奪する場合 (b) にはその振舞いが a_n の挙動によって大きく差を生んでいる。ΔP が 0.4 付近（天下り的だが、実は約 0.392）に収束している実線は a_n の分布が $1/n^2$ の形であるが、



(a) N 番目の他者 ($k = N$) から略奪する場合

(b) 1 番目の他者 ($k = 1$) から略奪する場合

図 2: 略奪後の幸福の増量の増加分の $N = 50$ または 2000 までの計算結果。実線は $a_n = a_1/n^2$、破線は $a_n = a_1/n$ のときである。

これはその無限和が有限値に収束 ($\sum 1/n^2 \to c$) する場合に相当する。このときの略奪後の幸福の総量の増加分 ΔP を一度計算してみよう。

$$
\begin{aligned}
\Delta P &= \frac{\left(\sum a_n\right) - a_1}{\sum a_n} \\
&\to \frac{c-1}{c} \quad (N \to \infty)
\end{aligned} \tag{21}
$$

図 2(b) の実線を見ると、この値が 0.392 程度に収束していることから、c を求めてみる：

$$
\begin{aligned}
\frac{c-1}{c} &= 0.392 \\
\therefore c &= \frac{1}{1-0.392} = 1.644736...
\end{aligned} \tag{22}
$$

ぜひ電卓を叩いてもらいたいのだが、この数字は、実は $\pi^2/6$ の値にかなり近似している[*11]。そして $1/n^2$ の無限和の収束値 $c = \pi^2/6$ によって、ΔP も直ちに有限値となるのである。

[*11] この結果は、数学のバーゼル問題として有名である。

これは 3 節 ii)「分母 $\sum a_n$ が有限値 c に収束する場合」における略奪の結果を再現している。幸福の総量は自分と関係のある少数からの寄与に限定されており、その他者から略奪をしても、その関心係数による影響が残るため、p よりも小さい値でしか幸福の総量は増えないのである。

では今度は破線で表している a_n の挙動が $1/n$ の形の場合はどうか。この時、その無限和は無限大に発散 ($\sum 1/n \to \infty$) するため、式 (21) の c を無限に飛ばす操作をすると

$$\frac{c-1}{c} = 1 - \frac{1}{c} \to 1 - 0 = 1 \qquad (c \to \infty) \tag{23}$$

であり、図 2(b) の破線は (a) に同じく最終的に 1 に近づくことが分かる。

これは先ほどと同様、3 節 i)「分母 $\sum a_n$ が無限大に発散する場合」を再現していると言えよう。関心係数の総和が無限大に発散し、つまり幸福の総量が自分の利益から以外影響を受けなくなれば、たとえ最も関心係数の高い他者からの略奪であっても ΔP は p そのものと見なされるようになる。

総じて (1) ふたりきりの世界であれば “勢力均衡” によって略奪行為が幸福の総量に影響を与えることはないが、(2) 三人以上の世界であれば関心係数の低い他者に略奪を仕掛けたり、関心係数の高い他者の略奪を容認することで幸福の総量は増大する。幼稚に自己中心的行為を働けば自分の利益が増大するというのは、よくよく考えれば当然の理屈である[*12]。

5 他者の利益 x_n が特異な振舞いをする世界

これまで x_n は一様分布であり、その振舞いに対して特に注意を向けてこなかった。それは前述した通り、ある状況において各人の得ている利益が、その他者を一列に並べたときの順番 n と相関しているはずはないという前提があるためであった。これは疑いようのない現実に即した仮定であるため、これまでの議論について

[*12] 誤解を与えないよう注意するが、この理屈は現実に即しているわけではない。ある他者から略奪することで別の他者の利益も同時に損なわれたり、自らの信頼の失墜や社会秩序の崩壊など、略奪行為によって間接的に自分の幸福が損なわれることも多々考えられるが、本稿の数式上それらが反映されていないだけである。

x_n の分布の形を何か特徴づけることに意味はなかった。しかし、非常に稀なケースではあるが、x_n の分布が特定の形を持っているために、以前までの議論が通用しなくなる場合がある。本節では本稿の締めくくりとして、そのような "奇妙な世界" での幸福の総量について論じる。

その分布の形とは、$x_n = \gamma$(一定値) である。つまり、どの他者も平等に γ だけ利益を得ている状態である。このときの幸福の総量を計算すると

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \frac{\sum a_n \gamma}{\sum a_n}\right\} \\
&= \frac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \gamma\frac{\sum a_n}{\sum a_n}\right\} \\
&= \frac{X_{\mathrm{me}} + \gamma}{2} \qquad (24)
\end{aligned}
$$

となり、すなわち、"私" の得る利益と他者が得る利益が等しく足し合わされた形となる。これは 3 節でも考えた $N \to \infty$ の場合でも常にこの結果となる[*13]。3 節 ii)「分母 $\sum a_n$ が有限値 c に収束する場合」にて導いた式 (10) であれば同じ結果を容易に導くことができるが、驚くべきなのは、x_n が一様分布のときには $y = X_{\mathrm{me}}/2$ となってしまうはずの 3 節 i)「分母 $\sum a_n$ が無限大に発散する場合」でも、"奇妙な世界" では $y = X_{\mathrm{me}}/2 + \gamma/2$ として幸福の総量に影響を与えることができるのである！

この "奇妙な世界" とは、全世界規模で達成された**究極的な共産社会**を表している。歴史上失敗に終わったそれであり、奇妙と形容するにふさわしい状況だろう。

もしも完全に完璧な共産社会が達成された暁には、各人の感ずる幸福の総量 y は、"私" の幸福までも $X_{\mathrm{me}} = \gamma$ として、それが個々人それぞれが得ている利益の 2 倍となる ($y = (X_{\mathrm{me}} + \gamma)/2 = \gamma$) という結果が導かれる。利益が一様分布していた世界（3 節）を鑑みれば、共産主義はやはり最強なのだ[*14]！

[*13] 本稿ではこの理由を解説しないが、y の第二項の n までの部分和が γ に収束することで説明可能である。

[*14] 無論、冗談である。

だが留意されたいのは、もし式 (18) の略奪を繰り返し適用すれば、y はいくらでも増大させることが可能ということである。そのような “暴君” を前にしたとき、共産社会は無力となる。ここに “奇妙な世界” が実現し得ない理由が存在しているのである。

6　$N = 0$ と $N \neq 0$ との間の乖離についての一考

結言に移る前に、一点考えておくべき事項がある。これまでの定義並びに結論をまとめると以下の通りになる：

$$
\begin{cases}
y = \quad X_{\mathrm{me}} & (N = 0) \\[2ex]
y = \quad \dfrac{1}{2}\left\{X_{\mathrm{me}} + \dfrac{\sum^{k} a_n x_n}{W_k}\right\} & (N = k \in \mathbb{N}) \\[2ex]
y = \quad \dfrac{X_{\mathrm{me}}}{2} & (N \to \infty, \text{ただし} \sum a_n \to \infty)
\end{cases}
\tag{25}
$$

式 (25) の第 1 式とそれ以外を比較すると、（y の大きさは別として）明らかに $N = 0$ と $N \neq 0$ との間に乖離が生まれている。ここでいう「乖離」とは、**“私” の利益が半減されているか否か**という意味である。

これは y が「私の感ずる世界の幸福の総量」であることを踏まえれば、少々不思議な事実である。無論、この理由は 2 節で言及した通り、“私” と世界を 1 : 1 で重み付けた 1/2 という係数に起因している。

ではこれは定義の不備なのかというと、そうではないと筆者は考える。換言すれば、**世界の幸福の総量に対し、他者が存在することで “私” の利益による寄与が半分に抑えられる**ことなのだと主張する。問題は、他者が一人でも現れた時点でなぜ “私” の利益が「毀損」されるのか、係数 1/2 という数字はさておき、これを考察せねばなるまい。

この件について何としても諸賢の賢察を仰ぎたいところであるが、筆者はこの理由を**他者との関わりという社会システムが構築されることによるアイデンティティ**

の希薄化のためと考える。人は社会に参加することで経済的あるいは安全保障的観点においてメリットを得ることは事実である一方、そのシステム運営の一員としてある程度自己の自由意志や利益を犠牲にすることを強いられることがある。こういった側面を反映したものが式 (25) に現れているのではないだろうか。実際、「自分への関心係数 A」を導入し、世界の幸福の総量を定義し直すと

$$z = \frac{1}{A + \displaystyle\sum_{n}^{N} a_n} \left\{ A X_{\mathrm{me}} + \sum_{n}^{N} a_n x_n \right\} \tag{26}$$

と表すことができるが、ここで $A >> a_n \iff 1 >> a_n/A$ とすると、分母と分子の各項を A で割ることで

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{1 + \displaystyle\sum_{n}^{N} \frac{a_n}{A}} \left\{ X_{\mathrm{me}} + \sum_{n}^{N} \frac{a_n}{A} x_n \right\} \\ &\approx X_{\mathrm{me}} \quad \left(\frac{a_n}{A} \approx 0 \right) \end{aligned} \tag{27}$$

となり、すなわち自分への関心が他者への関心に比べて非常に高い場合、$N = 0$ の結果に近づいていく。これは先ほど述べた社会システム運営による自己犠牲が回避され、“私” の利益が世界の幸福の総量に及ぼす影響も毀損されないということを表している。

述べるのは心苦しいが、他者の存在そのものが一種の根源的な不幸を生み出しているのかもしれない[*15]。

[*15] 社会というシステムが必然的に内包するこの負の側面を我々はどう捉えるべきか、諸賢にも熟考していただきたい。

7　結言

本稿では各人の感ずる「世界の幸福の総量 y」を「“私” の利益 X_{me} と、各他者の利益 x_n の重み付き平均との和」で定式化し、その振舞いを初等解析的に考察した。その結果、以下の重大な事実を明らかにした：

- 無限に他者が多い場合、ほとんどのケースでは他者の利益が無視され、$y = X_{\mathrm{me}}/2$ となる。
- ただし、上記の場合でも関心係数が高い少数の他者（≈ 友人）がいる場合、彼らの各利益の重み付き平均が y の項として残り、世界の幸福が “私” と彼らの利益によって決定づけられる。
- 関心係数が全く 0 である場合、その “私” は完全孤立者として、y が未定義となる。
- ふたりきりの世界 $(N = 1)$ の場合、“勢力均衡” のために略奪行為が y へ影響を与えることはない。
- 数人規模の世界の場合、略奪行為により y は増大し、その増加分 $\Delta P/2$ は略奪される他者への関心係数に依存する。
- 共産主義は夢想である。

4 節で略奪が容認され得る結論を得たこと、及び 6 節にて示唆したように社会システム自体が “私” の利益を矮小化する事実について、諸賢の内は「なんと理不尽な議論を続けているのか」と感じられた者もいるかもしれない。しかし私が最も主張したいのは、これがメタ・アナキズムの突きつける現実そのものなのである。だが、「メタ・アナキズム」については別稿にて詳説する。

本稿では a_n の具体的な関数形を提示できていないことや、社会構造的要因による略奪行為への考慮が十分できなかったことで、抽象的な議論に終始せざるを得なかった。これらは今後の課題として、諸賢にも批判を仰ぎたいところである。

題名：　幸福の総量のモデル化と数理的考察

発行者：結社 Logician

発行月：2026年1月

Website：http://www.logician.jp/

E-mail：support@logician.jp

Produced by

Logician